291. 距離ヅケラレタ環ニ於テ閉ヂタ連續群 II.

吉 田 耕 作（阪大）

I. 前論 280 *Fundamental theorem* ノ證明第二段ハ筆者ノ思ヒ違ヒデ、ヒドイ誤リデアリマシタ。各 t ノ値ニ對シ

$$\mathfrak{U}+\chi(t)\nabla\chi(-t)\in\mathfrak{T}$$

デアリマスガ $\mathfrak{U}+\chi(t)\nabla\chi(-t)$ ハ t ニ *independent* ニ $\mathfrak{T}$ ノ *element* ニナラナイカラデス。アンナ議論ガ出來ルナラ $\chi(t)\psi(t)$, $-\infty<t<+\infty$ ガ $\mathfrak{G}$ ノ *one-parameter subgroup* ニナッテ了ヒマス。ソコデ *Fundamental* theorem ノ証明ヲ生カスタメニ次ノ如ク訂正シマス。

6頁 Fundamental theorem ノ假定ノ中ニ <u>𝔊 ガ E デ differentiable</u> ガ落チテ居マシタ。

7頁第二段削除。8頁第9行目削除。8頁ニ

$$\left|\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W})T_{i(n)}A_{i(n)}-E\right|=o(\eta_{i(n)})$$

ガ出テヲリマス。$T_{i(n)}\in\Gamma$ ダカラ $T_{i(n)}=\exp.\mathfrak{U}_{i(n)}, \mathfrak{U}_{i(n)}\to 0.$ 之レカラ $\left|\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W}+\mathfrak{U}_{i(n)})A_{i(n)}-E\right|=o(\eta_{i(n)})$ ガ出レバヨイ。$\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W}+\mathfrak{U}_{i(n)})\in\Gamma$ ダカラ。ソレニハ

$$\left|\exp.(A+B)-\exp.A\exp.B\right|=O(|A||B|)$$

(Neumann, loc. cit. p. 15)

ヲ用ヒマス。次ノ通リ

$$\begin{aligned}\left|\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W}+\mathfrak{U}_{i(n)})A_{i(n)}-E\right| &\leqq \left|\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W}+\mathfrak{U}_{i(n)})A_{i(n)}-\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W})\exp.\mathfrak{U}_{i(n)}A_{i(n)}\right|\\ &\quad+\left|\exp.(-\eta_{i(n)})\exp.\mathfrak{U}_{i(n)}A_{i(n)}-E\right|\\ &\leqq |A_{i(n)}|\,O(|\eta_{i(n)}\mathfrak{W}||\mathfrak{U}_{i(n)}|)+o(\eta_{i(n)})=o(\eta_{i(n)}).\end{aligned}$$

結局 Fundamental theorem ハ正シカツタノデスが群ノ「定義微分方程式」ガ Lie ノ理論トノ analogy ヲ示ス式ノモノニナツテ了ヒマシタ。

II. 群 𝔊 ノ E ニ於ケル differentiability ヲ定義シマシタガ E ヲ 𝔊 ノ任意ノ element A デヲキカヘテ A ニ於ケル differentiability ヲ定義デキマス。Topological group 𝔊 ハ homogeneous (ソノ parameter group

デ $\mathfrak{G}$ ヲ $\mathfrak{G}$ 自身ニ einfach transitive ニ変換デキル）ダカラ

$\mathfrak{G}$ハ至ル所微分可能カ又ハ至ル所微分不可能デアリマス。又$\mathfrak{G}$ガ微分可能ノ充分條件トシテ環$\mathfrak{R}$ノ "local kompactheit" ヲ挙ゲルコトガ出來マス。何者 $\dfrac{A_i-E}{C|A_i-E|}$, $C>0$, ガCヲ充分大キクトルト compact ニナルカラ。

Neumann ノ matrix group ノ議論ハコノ local compact ナ場合デアリマス。斯カル充分條件ヲ $\mathfrak{G}$ ノミノ topological ナ條件デ得ラレルト面白イノデスガ未ダ何モワカリマセン。

III. 三村征雄氏ニ伺ッテワカッタ事デスガ，南雲氏ノ定理(203)ニヨレバ

Linear metric space $\mathfrak{L}$ (Banach space) ノ Bounded transformation T ノ全体 $\mathfrak{R}$ ハ

$$|T| = \frac{|Tx|}{|x|}, \quad x \in \mathfrak{L}$$

ニヨッテ metrical complete ring デスカラ斯カル T ノ one-parameter continuous group $T_t T_s = T_{t+s}$ ハ $\exp. tU$, $U \in \mathfrak{R}$ ノ形ニ書ケマス。之レト似タ有名ナ Stone ノ定理ガアリマス。之レニヨレバ Hilbert space $\mathfrak{H}$ ノ U－交換ノ one-parameter continuous group $U_t U_s = U_{t+s}$ ハ或 Hypermaximal hermition operator H（必ズシモ bounded デナイ）ニヨッテ $U_t = exp.(itH)$ ト書ケマス。此ノ相異ハ連續性ノ異ルノニ原因シマス。即チ南雲氏ノ場合ニハ metric $|\quad|$ ノ意味デ T_t ガ t ニツキ continuous, Stone ノ場合ハ $(U_t f, g)$, ガ各 $f, g \in \mathfrak{H}$ ニ對シ t ニツキ continuous ダカラデス。斯クテ南雲氏ノ定理ト Stone ノ定理ノ間ニ gap ガアリマス。之 gap ヲウメルコトハ相當難シイガ重要ナコトト思ハレマス。

IV. 距離ヅケラレタ環 R ノ定義ニ於ケル R ノ Operatorbereich ヲ実数トシマシタガ之レヲ complex number ニシテヨロシイ。但シ $\mathfrak{T}$ ガ一次集合或ハ $\mathfrak{T}$ デノ一次独立ト云フトキノ係数ハ実数トスルコトニシテ。